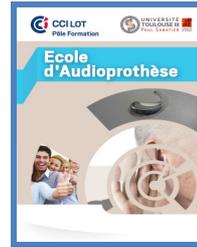


Juin 2016



Première année : mathématiques

Contrôle terminal – 2h

Tout document interdit ; calculatrice autorisée

Questions de cours

Soient deux nombres complexes $z = a + jb = [\rho, \theta]$ et $z' = a' + jb' = [\rho', \theta']$. Les représenter dans le plan complexe (en coordonnées cartésiennes puis cylindriques –module et argument-). Calculer le produit zz' et représenter le dans le plan complexe. Calculer le quotient z/z' et représenter le dans le plan complexe.

Fonctions périodiques

On considère la fonction $u(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ représente la tension aux bornes d'une prise de courant ; ω est appelé pulsation, A amplitude ou tension maximale.

1. Montrer que u est périodique. Calculer en fonction de ω sa période et sa fréquence, l'inverse de la période.
2. La tension efficace correspondant à une tension variable de période T est donnée par

$$U_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt.$$

Calculer U_{eff} en fonction de A et ω .

3. Sachant qu'en France la fréquence du courant est de 50 Hz et la tension efficace de 220 V, déterminer A et ω .
4. On suppose de plus que $\varphi = \pi/4$. Représenter graphiquement U .
5. Calculer du/dt et d^2u/dt^2 . En déduire que u est une solution de l'équation différentielle $\frac{d^2u}{dt^2} + \omega^2 u = 0$.
6. Déterminer la primitive $U(t)$ de $u(t)$ qui s'annule en 0.

Surface de l'orbite de la Terre

La Terre parcourt durant l'année une orbite elliptique d'équation $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, avec $a = 1,496 \times 10^{11}$ m, $b = 1,4958 \times 10^{11}$ m. Calculer la surface de l'orbite. Quel serait le rayon d'une orbite circulaire de même surface ?

Statistique à une variable

Un relevé des durées des communications téléphoniques effectuées dans un central a fourni les informations consignées dans le tableau suivant, l'unité de durée étant la minute :

Intervalle de durée	[0;2[[2;4[[4;6[[6;8[[8;10[[10;12[
Effectif	14	16	25	15	17	13

1. Calculer la durée moyenne d'un appel.

2. On regroupe les classes par deux, ce qui revient à considérer les classes $[0, 4[$, $[4, 8[$ et $[8, 12[$. Calculer la durée moyenne d'un appel dans ce nouveau regroupement.
3. Conclusion.